

一种基于 δ 函数的图象边缘检测算法

李宏贵

(扬州大学理学院物理系, 扬州 225002)

李兴国

(南京理工大学毫米波光波近感技术研究所, 南京 210094)

摘要 提出了一种基于 δ 函数的图象边缘检测算法。首先提出了正则化的 Shannon δ 函数,它是低通滤波器,且其傅立叶变换是无限可微的,接着推导了正则化的 Shannon δ 函数及其一阶导数的时域和频域公式,研究了正则化的 Shannon δ 函数及其一阶导数与参数 s 和 t 的关系,然后根据正则化的 Shannon δ 函数及其一阶导数,提出了两种边缘检测算法:一种用于精细地检测边缘的 D 算法;另一种用于从含噪图象中检测边缘的 C 算法。D 算法用正则化的 Shannon δ 函数的一阶导数检测边缘。C 算法用正则化的 Shannon δ 函数平滑噪声,用正则化的 Shannon δ 函数的一阶导数检测边缘。最后进行了仿真实验,仿真实验表明,D 算法的性能由其参数决定,且该算法优于 Sobel 算法和 Prewitt 算法;C 算法优于 Sobel 算法和 Prewitt 算法,且与 Canny 算法的性能相当。总之,该算法是一种能有效地从无噪声图象中检测细节边缘和从噪声图象中检测边缘的边缘检测算法。

关键词 计算机图象处理(520·6040) Shannon δ 函数 正则化 图象边缘检测

中图分类号: TP391.41 TN911.73 **文献标识码**: A **文章编号**: 1006-8961(2003)02-188-05

A δ Function Based Algorithm for Image Edge Detection

LI Hong-Gui

(Department of physics, Faculty of science, Yangzhou University, Yangzhou 225002)

LI Xing-Guo

(Institute of MMW & OW, NUST, Nanjing 210094)

Abstract This paper discusses a δ function based algorithm for image edge detection. This paper firstly proposed regularized Shannon δ function, which is a low-pass filter and is infinitely differentiable in frequency domain, and overcomes the shortness of Shannon δ function, that Shannon δ function is an ideal low-pass IIR filter and its Fourier transform is not differentiable. This paper gives formulas of regularized Shannon δ function and its first order derivative both in time domain and in frequency domain, and studies the relations between regularized Shannon δ function and its first order derivative and the parameters of s and t . Then this paper provides two kinds of edge detection algorithm based on regularized Shannon δ function and its first order derivative. One is D algorithm for detecting image edge in detail, the other is C algorithm for detecting image edge from noised image. D algorithm uses the first order derivative of regularized Shannon δ function for edge detection. C algorithm uses regularized Shannon δ function for smoothing noise and uses the first order derivative of regularized Shannon δ function for edge detection. Finally this paper does two simulation experiments. Simulation experiments of D algorithm show that, the property of this algorithm is related to its parameters and the edge detection ability of this algorithm is better than that of Sobel algorithm and Prewitt algorithm. Simulation experiments of C algorithm show that, this algorithm is better than Sobel algorithm and Prewitt algorithm and the edge detection ability of this algorithm is the same as that of Canny algorithm. In a word, the method of this paper is an efficient edge detecting algorithm for detecting details form clean image and detecting edges from noised image.

Keywords Computer image processing, Shannon δ function, Regularization, Image edge detection

1 δ 函数及其数值实现

1.1 δ 函数

δ 函数的定义为

$$\delta(x) = \begin{cases} \infty & x = 0 \\ 0 & \text{else} \end{cases} \quad (1)$$

其傅立叶变换为

$$\hat{\delta}(\omega) = 1 \quad (2)$$

δ 函数有别于普通的函数,它是理论上的一个抽象。 δ 函数在理论和工程问题中有广泛的应用。例如在数学方面, $\delta(x)$ 在插值理论中处于重要地位, $\delta(x)$ 的 n 阶导数 $\delta^{(n)}(x)$ 在微分理论中有重要的应用。但是因 δ 函数具有奇异性,所以不能直接用来进行数值计算。

1.2 Shannon δ 函数

为了克服 δ 函数不便于数值计算的缺点,人们构造了许多函数去逼近 δ 函数,例如 Shannon δ 函

$$\begin{aligned} \hat{\delta}_{s,t}(\omega) &= \frac{1}{2\pi} \left(\left[\frac{\pi}{s} g_2 \left(\frac{\omega}{s} \right) \right] \otimes \left[\sqrt{2\pi t} e^{-t^2 \omega^2 / 2} \right] \right) = \frac{\sqrt{\pi t}}{\sqrt{2} s} \left[g_2 \left(\frac{\omega}{s} \right) \otimes e^{-t^2 \omega^2 / 2} \right] = \frac{\sqrt{\pi t}}{\sqrt{2} s} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-t^2 (\omega - \Omega)^2 / 2} d\Omega \\ &= \frac{\sqrt{\pi}}{s} \int_{\frac{s-\omega}{\sqrt{2}}}^{\frac{s+\omega}{\sqrt{2}}} e^{-a^2} d\Omega = \frac{\sqrt{\pi}}{s} \left[\sqrt{2} s + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} \frac{\left(\frac{s+\omega}{\sqrt{2}} \right)^{2n+1} + \left(\frac{s-\omega}{\sqrt{2}} \right)^{2n+1}}{2n+1} \right] \\ &= \sqrt{2\pi} + \frac{\sqrt{\pi}}{s} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} \frac{\left(\frac{s+\omega}{\sqrt{2}} \right)^{2n+1} + \left(\frac{s-\omega}{\sqrt{2}} \right)^{2n+1}}{2n+1} \end{aligned} \quad (6)$$

当 $t \rightarrow \infty$ 时, $\delta_{s,t}(x) \rightarrow \delta(x)$, 即

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} \delta_{s,t}(x) &= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\sin(sx)}{sx} e^{-x^2/2t^2} = \frac{\sin(sx)}{sx} \lim_{t \rightarrow \infty} e^{-x^2/2t^2} \\ &= \frac{\sin(sx)}{sx} = \delta(x) \end{aligned} \quad (7)$$

$\delta_{s,t}(x)$ 是低通滤波器, $\hat{\delta}_{s,t}(\omega)$ 是无限可微的。

$\delta_{s,t}(x)$ 和 $\hat{\delta}_{s,t}(\omega)$ 的波形如图 1 所示。

由图中实线和虚线波形可知,当 s 相同时, t 越小,时域衰减越快,频域的波形越宽,滤波器的过渡带越长,其与理想低通滤波器对过渡带长度的要求相差越远;由图中虚线和点划线波形可知,当 t 相同时, s 越小,时域的波形越宽,频域的波形越窄,低通滤波器的截止频率越低。

$\delta_{s,t}(x)$ 的一阶导数 $\delta'_{s,t}(x)$ 定义为

$$\delta'_{s,t}(x) = \begin{cases} 0 & x=0 \\ \left(\frac{\cos(sx)}{x} - \frac{\sin(sx)}{s} \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{t^2} \right) \right) e^{-x^2/2t^2} & \text{else} \end{cases} \quad (8)$$

其傅立叶变换为

数 $\delta_s(x)$ 定义为

$$\delta_s(x) = \frac{\sin(sx)}{sx}, s > 0 \quad (3)$$

其傅立叶变换为

$$\hat{\delta}_s(\omega) = \frac{\pi}{s} g_2 \left(\frac{\omega}{s} \right) = \begin{cases} \frac{\pi}{s} & |\omega| \leq s \\ 0 & \text{else} \end{cases} \quad (4)$$

$\delta_s(x)$ 在信号处理和信总论中处于重要地位。从信号处理的角度来看, $\delta_s(x)$ 是理想低通滤波器, $\delta_s(x)$ 是 IIR (infinite impulse response) 滤波器, $\hat{\delta}_s(\omega)$ 是不可微的。从数值计算的角度来看, $\delta_s(x)$ 在坐标轴上不具有有限的矩,或者说不是局部化的。

1.3 正则化的 Shannon δ 函数及其一阶导数

为了克服 $\delta_s(x)$ 的缺点,对 $\delta_s(x)$ 进行正则化^[1], 正则化 $\delta_s(x)$ 定义为

$$\delta_{s,t}(x) = \frac{\sin(sx)}{sx} e^{-x^2/2t^2} \quad t > 0 \quad (5)$$

其傅立叶变换为

$$\hat{\delta}'_{s,t}(\omega) = \omega \hat{\delta}_{s,t}(\omega) \quad (9)$$

$\delta'_{s,t}(x)$ 是高通滤波器。

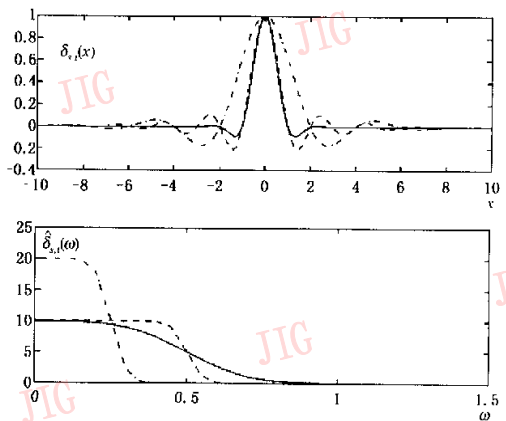


图 1 $\delta_{s,t}(x)$ 和 $\hat{\delta}_{s,t}(\omega)$ 的波形

(实线: $s=3.14, t=1$, 虚线: $s=3.14, t=4$, 点划线: $s=1.57, t=4$)

$\delta'_{s,t}(x)$ 和 $\delta'_{s,t}(\omega)$ 的波形如图 2 所示.

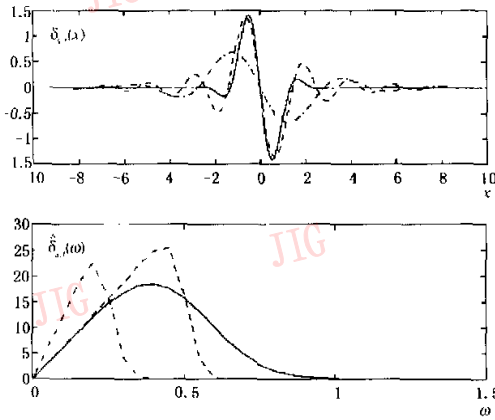


图 2 $\delta'_{s,t}(x)$ 和 $\delta'_{s,t}(\omega)$ 的波形

(实线: $s=3.14, t=1$,虚线: $s=3.14, t=4$,点划线: $s=1.57, t=4$)

由图 2 中实线和虚线波形可知,当 s 相同时, t 越小,时域衰减越快;频域的波形越宽.由图 2 中虚线和点划线波形可知,当 t 相同时, s 越小,时域的波形越宽;频域的波形越窄,带通滤波器的中心频率越低.

$$C(i, j) = \sqrt{\left(\sum_{k=-w}^w \sum_{l=-w}^w \delta'_{s_0, t_0}(k) \delta_{s_0, t_0}(l) I(i-k, j-l) \right)^2 + \left(\sum_{k=-w}^w \sum_{l=-w}^w \delta_{s_0, t_0}(k) \delta'_{s_0, t_0}(l) I(i-k, j-l) \right)^2} \quad 0 \leq i, j < N \quad (11)$$

其中, $\delta_{s_0, t_0}(x)$ 是低通滤波器,用于平滑图象中的噪声, $\delta'_{s_0, t_0}(x)$ 是高通滤波器,用于检测边缘.因为 C 算法对噪声进行了平滑,所以能够很有效地从含噪图象中检测边缘.在含噪图象中,一般噪声对应于较高的频率成分,为了抑制噪声,即降低噪声对边缘检测的影响,根据图 1 和图 2,应该选用较小的 s_0 和较大的 t_0 及较小的 s_1 和较大的 t_1 .

2.3 算法的适应性和实时性

在动态的图象序列或视频图象中,待检测目标的类型和大小是不断变化的.但是在一个特定的应用场合,待检测目标的类型和大小是有限的,此时可以像静态图象一样,根据目标的类型和大小,通过仿真实验事先确定几组合适的 D 算法和 C 算法的参数.这样上述算法就可以应用于动态的图象序列或视频图象中.

D 算法中的 $\delta'_{s,t}(x)$ 滤波器和 C 算法中的 $\delta_{s_0, t_0}(x)$ 滤波器与 $\delta'_{s_1, t_1}(x)$ 滤波器都是一维滤波器.当参数确定后,这些一维滤波器的系数也就确定了.可以像 Sobel 算法和 Prewitt 算法一样,把这些确定的一维滤

2 基于 δ 函数的边缘检测算法

用 $\delta_{s,t}(x)$ 及其导数 $\delta'_{s,t}(x)$ 构造两个边缘检测算子.一个用于精细地检测边缘,称为 D 算法(detail algorithm);另一个用于从含噪图象中检测边缘,称为 C 算法(coarse algorithm).

2.1 D 算法

假设 I 是原始图象,大小为 $N \times N$. 使用 D 算法后,图象中各像素的灰度值为

$$D(i, j) = \sqrt{\left(\sum_{k=-w}^w \delta'_{s,t}(k) I(i-k, j) \right)^2 + \left(\sum_{k=-w}^w \delta_{s,t}(k) I(i, j-k) \right)^2} \quad 0 \leq i, j < N \quad (10)$$

其中, $\delta'_{s,t}(x)$ 是高通滤波器,用于检测边缘, $2w+1$ 为滤波器的长度.从理论上来说,通过选择适当的 s 和 t , D 算法可以检测出图象中所有的边缘.图象中的细节对应于图象中的高频成分,为了检测出图象中的细节,根据图 2,应该选用较大的 s 和较小的 t .

2.2 C 算法

假设 I 是原始图象,大小为 $N \times N$. 使用 C 算法后,图象中各像素的灰度值为

波器当作固定的模板使用,就可以满足实时性的要求.

3 仿真实验与结论

3.1 D 算法的仿真实验与结论

D 算法的仿真实验的目的是:验证参数 s 和 t 对 D 算法性能的影响,比较 D 算法与 Sobel 算法、Prewitt 算法和 Canny 算法的性能.

输入图象是无噪声的 Lena 图象,大小为 256×256 ,如图 3(a)所示.在 D 算法中,取 $w=2$. 为



(a) Lena 图象

(b) 含正态分布高斯噪声
Lena 图象

图 3 原始图象

了简化计算和便于比较各种算法的性能,假设检测出的边缘图象中边缘像素占总像素的 10%。图 4 是输出图象^[2]。

由图 4 可以看出,图 4(b)比图 4(a)具有更多的细节,这是因为:在 s 相同时, t 越小 D 算法可以检

测出越多的细节;图 4(c)比图 4(b)具有更多的细节,这是因为:在 t 相同时, s 越大 D 算法可以检测出越多的细节;图 4(c)中检测出的细节比图 4(d)和图 4(e)中的都多,这说明 D 算法的性能优于 Sobel 算法、Prewitt 算法。

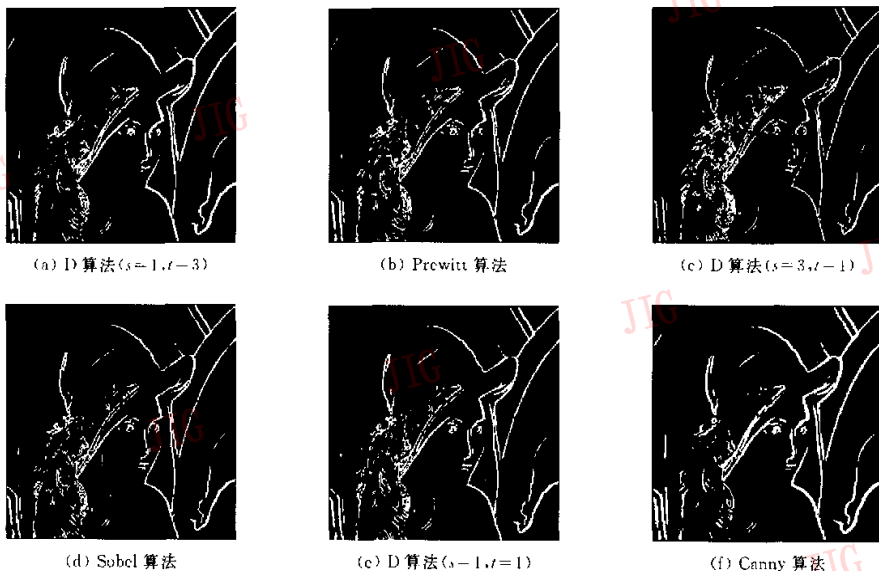


图 4 D 算法与其他算法仿真实验结果

3.2 C 算法的仿真实验与结论

C 算法的仿真实验的目的是:比较 C 算法与 Sobel 算法、Prewitt 算法和 Canny 算法的性能。

输入图象是含噪声的 Lena 图象,大小为 256×256 ,如图 3(b)所示,是由图 3(a)中加入正态分布高斯分布噪声而得到的。图 3(b)的峰值信噪比为 $PSNR=18.78\text{dB}$ 。在 C 算法中,取 $w=2$ 。为了简化计算和便于比较各种算法的性能,假设检测出的边缘图象中,边缘像素占总像素的 10%。因为 Sobel 算法和 Prewitt 算法无噪声抑制功能,为了比较算

法的性能,在使用这两个算法之前先对含噪图象进行 3×3 均值滤波,以抑制高斯噪声。图 5 是输出图象。

从图 5 可以看出,C 算法有效地减小了噪声的影响,在采用了 3×3 均值滤波后,Sobel 算法和 Prewitt 算法也能把边缘有效地检测出来,因而 C 算法从含噪声图象中检测边缘的性能优于不使用噪声抑制预处理的 Sobel 算法和 Prewitt 算法;C 算法与 Canny 算法的性能相当,因而 C 算法是一个有效地从含噪声图象中检测边缘的算法。

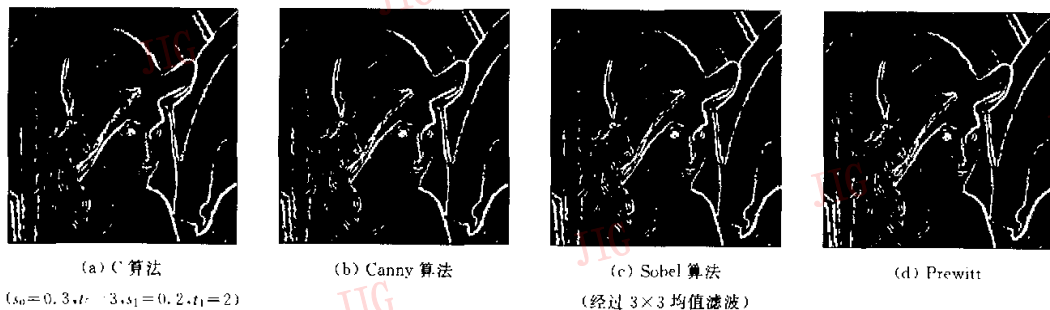


图 5 C 算法与其他算法仿真实验结果

参考文献

- 1 Wei G. W. Generalized perona malik equation for image restoration[J]. IEEE Signal Process. Lett., 1999, 6(7):165~168.
- 2 Deng G, Pinoli J-C. Differentiation-based edge detection using the logarithmic image processing model[J]. J. Math. Imaging Vision, 1998, 8(2):161~180.



李兴国 1940年生,博士生导师,承担国防科工委重点科研项目多项,研究方向为毫米波精确制导。



李宏费 1971年生,博士,扬州大学讲师,研究方向为数字图象处理、数字信号处理与计算机应用软件开发,发表论文10余篇。

惠普彩喷色彩分层技术 PhotoREt

自然色彩还原的真实程度基本上代表了打印机的打印质量,而惠普自行研发的色彩分层技术——富丽图技术(PhotoREt),能以更丰富的色调展示逼真的画面,更接近于照片效果,其中 deskjet 6122 彩色喷墨打印机就采用了惠普第三代富丽图(PhotoREt 3)色彩分层技术,配合使用惠普 Colourfast 防褪色相纸,输入精度可高达 1200×1200 dpi,最佳分辨率可达 4800×1200 dpi. 除此以外, hp deskjet 6122 的最大特点就是它功能独特的省墨设计:机身面板上的低墨量提示可以让用户随时了解墨盒的墨水余量,避免遭遇打印中途墨量用尽的尴尬;它的前面板上还设置了打印及时取消键,如果在打印过程中出现错误,不必到 PC 上而可直接在打印机上实行操作,可以节省墨水的不必要浪费. 和其它惠普喷墨打印机一样, deskjet 6122 采用了按需热喷墨打印技术,所以在使用前不需要清洗打印墨头,这样就节省了冲洗墨头的墨水,减少了非打印的墨水消耗。

目前富丽图(PhotoREt 3)色彩分层技术已经发展到第四代,它和 4800dpi 打印技术是惠普彩喷的核心技术,如惠普新近推出的 hp deskjet 5550 彩色喷墨打印机就采用了这一突破性技术,它能够在每个打印点上重叠 32 滴彩色墨水,实现 289 个颜色层次,直接产生的色彩多达 120 万种以上,可产生业界最多的色彩及色域,能更精确地表现高分辨率图象的层次和细节,自动调和至最优化色彩,达到无颗粒效果,打印出最自然的皮肤色调. 另外, hp deskjet 5550 还提供了可选的 6 色彩色打印方式,可为用户提供更细腻、更出色的照片打印效果. 它完美地结合了打印速度和质量之间的关系,相纸上能输出照片质量的打印效果,在普通纸上打印彩色图片时,色彩饱和度也令人满意,在覆膜纸上打印效果则非常生动……它为桌面打印市场带来了全新的六色照片打印技术。”

根据市场需求,惠普设计了多款适合家庭用户切实打印需求的彩喷产品. 例如 deskjet 3420 和 deskjet 3325,其可折叠纸盒将打印机占用空间缩至最小,节约空间的特点正适合家居环境. 此外,在功能性方面惠普也全面地考虑了家庭打印的特点和需要,省去了办公用打印机的复杂功能,与此同时,在打印质量上却毫不逊色. 除此以外,惠普彩喷技术还解决了传统照片放置时间长了以后发黄变色的问题,使用惠普彩色喷墨打印机配合独特配方的惠普防褪色墨水和惠普相纸,可使打印的作品在几十年之后色彩依旧鲜亮。